**EXERCICES**

**EXERCICE 1**

**Un capital de 16 000 € est placé pendant 28 jours (année de 360 jours) au taux annuel de 12,5 %.**

**Travail à faire :**

1. **Calculer les intérêts**

**Le montant des intérêts = C \* t \* n**

**Montant des intérêts = 16 000 \* 0,125 \* 28/360 = 155,56 €**

1. **Calculer la valeur acquise.**

**Valeur acquise (A) = Capital + Intérêts.**

**Valeur acquise = 16 000 + 155,56 = 16 155,56 €**

**EXERCICE 2**

**Un capital de 136 200 € a été est placé pendant 121 jours (année de 360 jours) et il a acquis une valeur de 140 548,94 €.**

**Travail à faire :**

1. **Quel est le taux d’intérêt ?**

**Cn = C0 + C0 \* i \* n/360**

**140 548,94 = 136 200 + 136 200 \* i \* 121/360**

**140 548,94 – 136 200 = 136 200 \* i \* 121/360**

**4 348,94 = 136 200 \* i \* 121/360**

**4 348,94 = 45 778,33 \* i**

**I = 4 348,94/ 45 778,33**

**I = 0,095**

**Le taux d’intérêt est de 9,5%**

**EXERCICE 3**

**Un capital de 7 325 €, placé au taux annuel de 11 % (année de 365 jours), a acquis le 17 novembre la valeur de 7 380,19 €.**

**Travail à faire :**

1. **À quelle date ce capital avait-il été placé ?**

**7 380,19 = 7 325 + 7 325\*0,11\*n/365 =**

**7 380,19 – 7 325 = 2,21n**

**55,19/2,21 = n**

**25 jours = n**

**Le capital de 7 325,00 € a été rémunéré pendant 25 jours. Donc le placement a été effectué le 23 octobre.**

**EXERCICE 4**

**Un capital a acquis en 67 jours, au taux de 13 % (année de 360 jours), une valeur de 175 751,76 €.**

**Travail à faire :**

1. **Quel est le montant de ce capital ?**

**175 751,76 = Co + Co\*0,13\*67/360**

**175 751,76 = Co + 0,02419Co**

**175 751,76 = Co (1+0,02419)**

**175 751,76 = 1,02419 Co**

**Co = 175 751,76/1,02419 = 171 600 €**

**Le montant du capital placé à l’origine est de 171 600 €**

**EXERCICE 5**

**Un capital de 1 000 € est placé au taux annuel de 11,5 % pendant 8 ans.**

**Travail à faire :**

1. **Calculer la valeur acquise**

**Valeur acquise (Cn) = Co \* (1 + i) n**

**Valeur acquise = 1 000,00 \* (1,115)8**

**Valeur acquise = 2 388,91 €**

1. **Quel est le montant des intérêts**

**Intérêts = 2 388,91 – 1 000,00**

**Intérêts = 1 388,91 €**

**EXERCICE 6**

**Un capital de 2 000 € a rapporté 7 796 € d’intérêts en 13 ans.**

**Travail à faire :**

**Valeur acquise = Capital + Intérêts produits**

**Valeur acquise = 2000 + 7 796 = 9 796 €**

**Valeur acquise (Cn) = Co \* (1 + i) n**

**9 796 = 2 000 \* (1+i)13**

**9 796/2 000 = (1+i)13**

**4,898 = (1+i)13**

**4,8981/13= 1+i**

**4,8981/13 – 1 = i**

**1,13 – 1 = i**

**0,13 = i**

**13 % = i**

**Quel était le taux** ? **t = 13%**

**EXERCICE 7**

**Un capital de 6 700 € a acquis une valeur de 10 632,06 € après avoir été placé au taux annuel de 8 %.**

**Travail à faire :**

**Quelle a été la durée du placement ?**

**10 632,06 = 6 700,00 \* (1,08) n**

**(1,08) n = 10 632,06/6 700,00**

**(1,08) n = 1,586875**

**Log an = n log a**

**Log (1,08) n = log (1,586875)**

**Nlog1,08=log1,586875**

**N = log (1,586875) / log(1,08)**

**N = 0,2005427/0,0334237 =**

**N = 6 ans**

**Taux équivalent = (1+taux de référence)1/k - 1**

**EXERCICE 8**

**Un capital de 1 800 €, vient à échéance dans 9 ans.**

**Travail à faire :**

1. **Quelle est sa valeur actuelle avec un taux annuel d’actualisation de 10 % ?**

**C0 = 1 800,00 (1,10)-9**

**Co = 1800/1 ,109**

**C0 = 763,38 €**

**Valeur actuelle = 763,38 €**

**Différence entre un taux proportionnel et un taux équivalent**

**Taux proportionnel :**

**I/k**

**Exemple : trouvez le taux mensuel proportionnel à un taux annuel de 12 %**

**12/12 = 1%**

**Taux équivalent :**

**I’ = (1+i)1/k – 1**

 **Exemple : trouvez le taux mensuel équivalent à un taux annuel de 12 %**

**I’ = 1,121/12 – 1 = 0,94 %**

**EXERCICE 9**

**Un capital de 8 900 € a été placé pendant 7 ans et 6 mois au taux annuel de 6 % avec capitalisation semestrielle des intérêts.**

**Le taux semestriel d’intérêts composés est le taux proportionnel au taux annuel.**

**Travail à faire :**

1. **Quel est le taux d’intérêt semestriel ?** **6%/2 = 3%**
2. **Quelle est la valeur acquise à la fin du placement ?**

**La durée du placement est de 15 semestres.**

**Cn = 8 900,00 (1,03)15**

**Cn = 13 865,91 €**

1. **Quel est le taux mensuel équivalent au taux semestriel ?**

**(1 + i') = (1,03)1/6**

**(1 + i') = 1,004939**

**i' = 1,004939 – 1**

**i' = 0,004939**

**i' = 0,004939 \* 100 = 0,4939%**

1. **Quelle serait la valeur acquise par le capital initial après 7 ans et 10 mois ?**

**La durée du placement est de => (7 \* 12) + 10 = 94 mois**

**Valeur acquise => Cn = 8 900,00 (1,004939)94**

**Valeur acquise = 14 142,36 €**

**EXERCICE 10**

**Un emprunt de 500 000 € est effectué le 15/07/N. Remboursable par six annuités constantes. Taux 10,5%.**

**Travail à faire :**

1. **Calculez le montant de l'annuité constante.**

**Annuité constante = 500 000 \* 0,105/ (1 – 1,105-6) = 116 491 €**

1. **Présentez le tableau d'amortissement de l'emprunt en entier.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Date échéance** | **K restant dû (début)** | **Intérêts** | **Amortissements** | **K restant dû (fin)** |
| **15/07/N** | **500 000** | **52 500** | **63 991** | **436 009** |
| **15/07/N+1** | **436 009** | **45 781** | **70 710** | **365 299** |
| **15/07/N+2** | **365 299** | **38 356** | **78 135** | **287 164** |
| **15/07/N+3** | **287 164** | **30 152** | **86 339** | **200 826** |
| **15/07/N+4** | **200 826** | **21 087** | **95 404** | **105 421** |
| **15/07/N+5** | **105 421** | **11 070** | **105 421** | **0** |

**EXERCICE 11**

**Une société a contracté le 31/12/N un emprunt remboursable en 12 annuités constantes, la première échéant le 31/12/N+1. Le montant de l'emprunt s'élève à 1 620 000 €. Taux d'intérêt, 14,5% l'an.**

**Travail à faire :**

1. **Présenter les deux premières lignes du tableau d'amortissement de l'emprunt.**

**Annuité constante => a = 292 506,20 € => Arrondi à 292 506 €**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Date échéance** | **K restant dû (début)** | **Intérêts** | **Amortissements** | **K restant dû (fin)** |
| **31/12/N** | **1 620 000** | **234 900** | **57 606** | **1 562 394** |
| **31/12/N+1** | **1 562 394** | **226 547** | **65 959** | **1 496 435** |

1. **Calculer le sixième amortissement.**

**Mp= M1 \* (1 + i) p-1**

**M6 = 57 606,00 \* (1,145)6-1**

**M6 = 57 606,00 \* (1,145)5**

**M6 = 113 369,22 €**

**EXERCICE 12**

**Un emprunt amortissable par 10 annuités constantes est tel que le 1er amortissement est de 9873,01 € et le 3ème de 11730,13 €.**

**Travail à faire :**

1. **Calculer le taux nominal puis le montant de l'emprunt sachant que l'annuité constante est de 23 373,01 €.**

**M3 = M1 \* (1 + i) 3-1**

**11 730,13 = 9 873,01 \* (1 + i) 2**

**(1 + i) 2 = 11 730,13 / 9 873,01**

**(1 + i) 2 = 1,188101**

**1 + i = 1,1881011/2**

**Taux nominal = 9 %**

**Montant de l’emprunt = 150 000 €**

1. **Quel est le montant du 10ème amortissement ?**

**=> M10 = M1 \* (1 + i) 10-1**

**=> M10 = 9 873,01 \* (1,09) 9**

**=> M10 = 21 443,12 €**

1. **Quel est le montant restant dû après le 3ème amortissement.**

**Il existe plusieurs solutions pour répondre à cette question mais une des plus simples est la suivante dans ce cas :**

**Montant dû après le 3ème amortissement = 150 000 – M1 – M2 – M3**

**M1 = 9 873,01**

**M2 = 9 873,01 \* (1,09)2-1 = 10 761,58**

**M3 = 9 873,01 \* (1,09)3-1 = 11 730,12**

**Montant du = 150 000,00 - 9 873,01 - 10 761,58 - 11 730,12**

**Montant du = 117 635,29 €**

**EXERCICE 13**

**Le 1/01/N, Un investissement de 1 800 000 € est financé par moitié par un emprunt. L'emprunt est remboursable par 40 trimestrialité constantes, la première échéant le 1/04/N+2. Taux d'intérêt annuel = 13%.**

**Travail à faire :**

1. **Calculer le montant de la trimestrialité.**

**(1 + i') = (1 + i) k**

**(1 + i') = (1,13)1/4**

**(1 + i') = 1,031026**

**=> i' = 1,031026 - 1**

**=> i' = 0,031026**

**=> i' = 3,1026%**

**Valeur de l'emprunt au 1/01/N+2 => 900 000 \* (1,13)2 = 1 149 210,00 €**

**En utilisant la formule de la valeur actuelle d’une suite « d’annuités » constantes (dans l’exercice on parle de trimestrialités constantes), on obtient 50 545,49 €**

**EXERCICE 14**

**Un emprunt est remboursable par annuités constantes**

* **le 7ème amortissement = 67 485,98 €**
* **le 8ème amortissement = 75 584,30 €**
* **le dernier amortissement = 94 812,95 €**

**Travail à faire :**

1. **Calculer le taux annuel d'intérêt.**

**=> M8 = M7 \* (1 + i)**

**=> 75 584,30 = 67 485,98 \* (1 + i)**

**75 584,30/67 485,98 = 67 485,98/67 485,98 \* (1+i)**

**75 584,30/67 485,98 = 1+i**

**=> 1 + i = 75 584,30/67 485,98**

**=> 1 + i = 1,12**

**1-1+i = 1,12 – 1**

**I = 0,12**

**=> i = 12%**

1. **Calculer le 1er amortissement.**

**=> M7 = M1 \* (1 + i) 7-1**

**=> 67 485,98 = M1 \* (1,12)6**

**=> M1 = 67 485,98/ (1,12)6**

**=> M1 = 34 190,50 €**

**=> M8 = M1 \* (1 + i) 8-1**

**=> 75 584,3 = M1 \* (1,12)7**

**=> M1 = 75 584,3/ (1,12)7**

**=> M1 = 34 190,50 €**

1. **Calculer le montant de l'annuité constante.**

**Le capital restant à rembourser lors de la dernière annuité correspond obligatoirement à l'amortissement de la dernière annuité. On sait que l’annuité est égale au Capital restant dû + Intérêts sur ce capital restant dû.**

**On peut donc calculer l’annuité constante de la façon suivante:**

**=> Annuité constante = 94 812,95 + (94 812,95 \* 0,12) = 94 812,95 + 11 377,55 = 106 190,50 €**

**=> Annuité constante = 94 812,95 \* 1,12**

**=> Annuité constante = 106 190,50 €**

1. **Le montant de l'emprunt.**

**Il faut d’abord calculer la durée**

**=> Mp = M1 \* (1 + i) p-1**

**=> 94 812,95 = 34 190,50 \* (1,12) p-1**

**=> (1,12) p-1 = 94 812,95/34 190,50**

**=> (1,12) p-1 = 2,773079**

**Il faut tout d'abord mettre l'équation sous sa forme logarithmique (en utilisant, par exemple, les logarithmes népériens).**

**=> ln (1,12) p-1 = ln 2,773079**

**=> ln (1,12) p-1 = 1,019958**

**=> (p – 1) ln (1,12) = 1,019958**

**(p-1) = 1,019958/0,113329**

**=> p - 1 = 9 ………p = 10 ans**

**Montant de l’emprunt = 106 190,50 \* (1 – (1,12)-10)/0,12 = 600 000 €**

**Montant de l'emprunt = 600 000 €**

1. **Calculez le capital dû après le versement de la 6ème année**

**Montant dû après le pème versement = K \* ((1+i)n – (1+i)P)/(1+i)n**

**Montant dû = 600 000 \*(1,1210 – 1,126)/1,1210- 1 = 322 537,64 €**

**EXERCICE 15**

**On désire se constituer un capital de 150 000 € le 31 décembre 2030. On place 50 000 € le 1er janvier 2018 et 30 000 € le 31 décembre 2020. Taux 6,5 %.**

**Travail à faire :**

1. **Quelle somme pourrait-on retirer le 31/12/2025 tout en laissant intact le capital final au 31 décembre 2030 ?**

**On calculera la valeur acquise d’un capital de 50 000 € placé au taux de 6,5% pendant 13 ans**

50 000 \* 1,06513 = 113 374,38 €

**On calculera la valeur acquide d’un capital de 30 000 € placé au taux de 6,5 % pendant 10 ans**

**30 000 \* 1,06510 = 56 314,12 €**

**TOTAL VALEUR ACQUISE EN 2030 : 113 374,38 + 56 314,12 = 169 688,5 €**

**Valeur dépassant l’objectif de 150 000 € en 2030 : 169 688,5 – 150 000 = 19 688,5 €**

**Je vais actualiser (revenir en arrière) pour trouver la somme que je peux retirer en 2025**

**Cn = Co (1+i)n**

**Co = Cn/(1+i)n**

**= 19 688,5/1,0655 = 14 370,26 €**

1. **Si l’on n’avait pas retiré la somme mentionnée à la Q1, à quelle date aurait-on disposé des 150 000 € désirés ?**

**On va chercher l’équation d’équivalence en 2020 (fin 2020)**

**50 000 \* 1,0653 + 30 000 = 150 000 \* 1,065-n**

**90 397,48 = 150 000 \* 1,065-n**

**90 397,48/150 000 = 150 000/150 000 \* 1,065-n**

**90 397,48/150 000 = 1,065-n**

**0,6026 = 1,065-n**

**Log 0,6026 = Log 1,065-n**

**Log 0,6026 = -n log 1,065**

**-n = log 0,6026/log 1,065**

**-n = -8,04**

**N = 8,04 environ 8 ans soit 2028**

**On va chercher l’équation d’équivalence en 2021**

**50 000 \* 1,0654 + 30 000 \* 1,065 = 150 000 \* 1,065-n**

**Valeur de n = 7 ans**

**EXERCICE 16**

**On effectue des versements trimestriels de 300 € pendant 8 ans, du 31 mars N au 31 mars N+8. Le taux d’intérêt trimestriel est équivalent au taux annuel de 8 %.**

**Travail à faire :**

1. **Calculer la valeur acquise par ces versements le 31 mars N+8.**

**Valeur acquise = annuités \* ((1+i)n – 1)/i**

**Calcul du taux trimestriel équivalent au taux annuel de 8 %**

**Taux trimestriel équivalent = (1+i)1/k - 1 = 1,081/4 – 1 = 1,94 %**

**Taux équivalent = 1,94 %**

**Durée des versements 8 ans soit 32 trimestres**

**Vn = 300 \* ((1,0194)32 – 1) / 0,0194 = 13 134,87 €**

1. **Le Calculer la valeur acquise par ces versements le 31 décembre N+8.**

**Vn = 13 134,87 \* 1,01943 = 13 914 €**

**EXERCICE 17**

**On contracte un emprunt le 1er janvier N. Cet emprunt sera remboursé par 15 annuités constantes de 11 911,61 €. Le montant de l’emprunt est équivalent à ces annuités actualisées au taux de 6,5 %.**

**Travail à faire :**

1. **Calculer le montant de l’emprunt si la 1ère annuité est versée :**
* **le 1er janvier N+1.**

**Montant de l’emprunt = 11 911,61 \* (1 – (1,065)-15)/0,065 = 112 000 €**

* **avec un différé de 2 ans, le 1er janvier N+3.**

**Si on emprunte le 1er janvier N et que l'on verse la 1ère annuité le 1/01/N+3. Cela revient à dire qu'il y a un report d'échéance de 2 ans (la 1ère annuité aurait dû être remboursée logiquement le 1/01/N+1.**

**Le montant de l'emprunt contracté le 1/01/N correspondra toujours aux 15 annuités versées mais ce qui change c'est que cette fois ci, la 1ère annuité est remboursée le 1/01/N+3. La valeur actuelle des 15 annuités versées (du 1/01/N+3 au 1/01/N+17) se situe (comme d'habitude) une période avant le 1er versement => soit le 1/01/N+2.**

**Pour avoir le montant emprunté le 1er janvier N, on doit actualiser la somme de 112 000 € sur DEUX ANNEES ;**

**Vo = 112 000/1,0652 = 98 746 €**

1. **On décide de remplacer les 15 annuités versées à partir du 1er janvier N+1 (question 1.a), par 180 mensualités constantes équivalentes, la première étant versée le 1er février N.**
* **Quel est le montant d’une mensualité ?**

**Taux mensuel équivalent à un taux annuel de 6,5 % :**

**=> (1 + i') = (1,065)1/12**

**=> (1 + i') = 1,00526**

**=> i' = 1,00526 – 1**

**=> i' = 0,00526**

**=> i' = 1,00526 \* 100**

**=> i' = 0,52617 %**

**Nombre de mensualités : 12 \* 15 = 180**

**Mensualités = 112 000 \* 0,0052617/(1-(1,0052617)-180) = 964,23 €**

* **Comparer les 12 paiements mensuels au paiement annuel unique équivalent.**

**Les 12 mensualités totalisent 964,23 \* 12 = 11 570,76 € contre 11 911,61 € pour un versement annuel, soit une économie de 340,85 €, justifiée du fait que les mensualités sont payées 11 mois avant l’annuité pour la première mensualité et un mois avant pour la onzième.**

**Cette économie représente le loyer de l’argent pendant le temps qui s’écoule entre le paiement des mensualités et celui de l’annuité.**

**EXERCICE 18**

**Un emprunt de 45 000 € est remboursé par le versement de 18 annuités de 6 000 € chacune, la première étant versée un an après l’emprunt.**

**Travail à faire :**

**Quel est le taux de l’emprunt ?**

**45 000 = 6 000 \* (1 – (1+i)-18)/i**

**Poser l’équation et trouver la valeur de i à l’aide soit d’une calculatrice financière, soit en utilisant des « tables financières » ou en utilisant la méthode de l’interpolation linéaire.**

**Le taux de l’emprunt est de 11,43 %.**

**EXERCICE 19**

**Un individu emprunte 20 000 €, au taux de 7 %, pour l’achat d’une voiture. Il convient avec son prêteur qu’il remboursera 4000 € à la fin de la première année, 6000 € en fin de la deuxième année, et le solde la fin de la troisième année. Quel sera le montant payé dans trois ans ?**

**Il y a égalité entre le montant emprunté et la somme des remboursements actualisés au taux de 7 %.**

**20 000 = 4 000/1,07 + 6 000/1,072 + x/1,073**

**20 000 = 3738,32 + 5240,63 + x/1,073**

**20 000 – 3 738,32 – 5 240,63 = x/1,073**

**11 021,05 = x/1,073**

**11 021,05 \* 1,073 = x \* 1,073/1,073**

**X = 11 021,05 \* 1,073 = 13 501,26 €**

**X = 13 501,26 €**

**EXERCICE 20**

**En vue de régler une acquisition, un individu doit effectuer neuf versements mensuels à la fin de chaque mois. Ces neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :**

* **Trois mensualités de chacune 460 € ;**
* **Puis trois mensualités de chacune 305 € ;**
* **Puis trois mensualités de chacune 152 €.**

**a) au taux annuel de 10 %, quelle est la valeur actuelle de cette suite de mensualités ?**

**b) Sachant que la valeur acquise des règlements est de 3050 € et que les neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :**

* **Trois mensualités de chacune y ;**
* **Puis trois mensualités de chacune y/2 ;**
* **Puis trois mensualités de chacune y/3 ;**

**Déterminer, au taux de 10 %, le montant y.**

**Détermination du taux mensuel équivalent : i = 0,797 %**

**Valeur actuelle = 2665,65 €**

**Y = 532,48 €**

**EXERCICE 21**

En tant que vainqueur d’un concours de téléréalité, vous pouvez choisir l’un des prix suivants :

* 100 000 € aujourd’hui
* 180 000 € à la fin de la cinquième année.

**180 000 / 1.15 = 111 765,84 €**

* 11 400 € par an à perpétuité.

**11 400 / 0,1 = 114 000 €**

* 19 900 € pendant chacune des 10 années à venir.

**19 900 \* 1 – 1,1-10 / 0,1 = 122 276,89 €**

* 6 500 € l’année prochaine, puis 5 % de plus chaque année à perpétuité.

**6500 / (10 % - 5 %) = 130 000 €**

Si le taux d’intérêt est de 10 %, quel prix à le plus de valeur ?

**Si le taux d’intérêt est de 10 %, le prix qui a le plus de valeur est le 5ème.**

**EXERCICE 22**

**Un salarié décide de se constituer une retraite complémentaire. Il est âgé de 40 ans et prévoit de partir en retraite à 65 ans. A partir de sa cessation d’activité, il souhaite que cette retraite complémentaire lui assure une rente mensuelle de 460 € pendant 20 ans.**

* **En supposant des versements en fin de période, quelle somme constante doit-il placer tous les mois jusqu’à sa retraite, pour obtenir un tel résultat, si le taux de l’argent est de 6 % ?**

**Taux équivalent = 0,487 %**

**Valeur actuelle des 460 € mensuel = 65 021,30 €**

**Versements mensuels = 96,10 €**

* L’organisme auquel il s’adresse lui propose une seconde modalité de sortie en effectuant les mêmes versements pendant son activité : toucher 60 000 € à sa mise à la retraite. Quelle est la meilleure solution ?

**La première solution évidemment !!!!!!**

**EXERCICE 23**

Soit des obligations A de 1000 € rapportant un coupon annuel de 75 € et remboursables le 1er octobre N+3. Nous sommes le 1er octobre N. Calculez, à cette date la valeur de marché de ces obligations. On retiendra l’hypothèse où le taux du marché est de 6 %, puis de 10 %. Concluez

**EXERCICE 24**

Un groupe pétrolier constitue une réserve de trésorerie pour faire face à ses obligations de démantèlement des plates-formes pétrolières. Il prévoit d’effectuer les placements successifs suivants :

* 1/01/2008 : 600 millions d’euros
* 1/01/2010 : 360 millions d’euros
* 1/01/2011 : 900 millions d’euros

**Travail à faire :**

1. Ces placements étant effectués au taux annuel de 7,5 %, quelle sera la réserve constituée le 1er janvier 2012 ?

**600 \* 1,0754 + 360 \* 1,0752 + 900 \* 1,075 = 801,28 + 416,03 + 967,5 = 2184,81 €**

1. Au lieu d’effectuer ces placements, le groupe décide d’épargner chaque année trois sommes égales les 1er mai, 1er septembre et 1er janvier. Ces sommes seront placées au taux relatif à une période de 4 mois, équivalent à 7,5 % annuel. Quel est le montant de chacun des versements qu’il faudrait effectuer du 1/05/2008 au 1/01/2012 inclus pour obtenir la réserve trouvée à la question 1 ?

**Taux équivalent = (1,075)1/3 – 1**

**Taux équivalent = 2,44 %**

**Valeur acquise = a \* ((1,0244)12 – 1)/0,0244**

**« a » = 2 184,81 \* 0,0244/ ((1,0244)12 – 1) = 158,9 millions d’euros**

**EXERCICE 25**

Evaluer une rente perpétuelle annuelle versant des flux constants de 5000 € sachant que le taux est de 5 %.

* Si la rente est immédiate ;
* Si les flux sont versés en début de période ;
* Si la rente est différée de 3 ans ;
* Si la rente est anticipée de 3 mois.

**EXERCICE 26**

Un individu désire investir dans six mois une partie de ses liquidités dans une assurance-vie ou les fonds sont bloqués pendant huit ans. Il compte effectuer des versements annuels. Le premier versement prévu est de 4000 €. Il pense pouvoir augmenter son placement de 1000 € chaque année. Le taux d’intérêt est de 6 %.

* Quelle est la valeur actuelle de son placement ?
* Quelle est la valeur acquise ?

**EXERCICE 27**

Un investisseur doit choisir entre deux contrats d’une durée de 6 ans dans lesquels les flux sont versés en fin d’année :

* Contrat 1 : versement d’un flux constant de 10 000 € ;
* Contrat 2 : versement d’un premier flux de 15 000 € variant en progression arithmétique de raison -2000 €.

Pour un taux d’intérêt de 8 %, quel est le contrat qui permet de constituer le capital le plus important à l’échéance ?

**EXERCICE 28**

Il y a exactement deux ans, un individu a commencé à placer ses fonds dans un contrat d’assurance-vie. Son premier versement a été de 200 € et le deuxième de 300 €. Il compte augmenter son placement tous les ans de 100 €. Si la durée du placement est infinie, quelle est la valeur actuelle de cette rente pour un taux d’intérêt de 6 % ?

**EXERCICE 29**

Un individu désire placer mensuellement une somme en progression géométrique de 1 %. Le 1er versement est de 1000 €. Il compte faire cet effort d’épargne pendant 5 années. Le taux d’intérêt de son placement est estimé à 14.71 %. Quelle est la valeur actuelle et la valeur acquise de ce placement ?

**EXERCICE 30**

Un investisseur place chaque trimestre depuis un an une somme en progression géométrique de 3 %. Le premier versement effectué était de 500 €. Il poursuivra cet investissement pendant encore trois ans. Le taux d’intérêt de son placement est estimé à 12.55 %. Quelle est la valeur actuelle et la valeur acquise de cet investissement ?

**EXERCICE 31**

Un investisseur décide de placer ses fonds dans les deux OAT suivantes :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | OAT 4 % 2014 | OAT 4.25 % 2017 |
| Nominal | 1 € | 1 € |
| Taux facial | 4 % | 4.25 % |
| Détachement du coupon | 25/10/N | 25/10/N |
| Echéance | 25/10/2014 | 25/10/2017 |

A la date du mardi 22/10/2009, le cours de chaque obligation est :

* OAT 4 % 2014 : 106.99 % ;
* OAT 4.25 % 2017 : 107.71 %.

**Travail à faire :**

1. Si un investisseur décide d’acheter ces obligations le 22/10/2009, quand réglera-t-il sa transaction ?
2. L’investisseur achète effectivement le 22/10/2009, 1000 OAT 4 % 2014 et 500 OAT 4.25 % 2017, quel est le montant de la transaction ?

**EXERCICE 32**

Reprenons les deux OAT précédentes, mais cette fois l’achat est effectué le mardi 01/09/2009. A cette date, le cours de chaque OAT est :

* OAT 4 % : 106.82 %
* OAT 4.25 % ; 107.33 %

**Travail à faire :**

1. Quel est le prix payé pour l’achat de 1000 OAT 4 % et 500 OAT 4.25 % ?
2. Si l’investisseur revend ses OAT 4 % le lundi 12/04/2010, quel est le montant des intérêts réellement perçus ?

**EXERCICE 33**

Une obligation "X" de valeur nominale 500,00 € remboursable au pair, porte un intérêt facial de 8 %. Détenue depuis plusieurs années, elle sera remboursable dans cinq ans. Le taux de rendement des obligations sur le marché est actuellement de 4,5%.

**Travail à faire :**

1. Déterminer, immédiatement après le versement du coupon le cours de cette obligation
2. Déterminer, six mois après le versement du coupon :
	1. Le prix à payer pour cette obligation
	2. Le cours au pied du coupon (en % du nominal) et le coupon couru.

**EXERCICE 34**

Sur le marché obligataire européen, un emprunt à 5 % a un coupon annuel payé le 15 février. Il cote 98,12 le jeudi 10 avril d’une année non bissextile. Quel est son coupon couru et sa valeur de revente, pour un montant de 1000 € à la date de règlement (J+3) ?

**EXERCICE 35 (pas au programme du partiel)**

Quelle est la duration d’une obligation émise à 98 %, de durée 8 ans, de taux nominal 6 % et avec une prime de remboursement de 3 % ?

Quelle est sa sensibilité à une variation à la hausse du taux de rendement actuariel de 0.1 % ?

**EXERCICE 36**

Soit une obligation dont les caractéristiques sont les suivantes :

* Valeur Nominale : 1 €
* Coupon : 5.5 %
* Durée : 7 ans
* Date d’émission : le mercredi 16 septembre 2009 ;
* Amortissement in fine
* Prix d’émission : 95 %
* Prix de remboursement : 110 %

**Travail à faire :**

1. Quel est le taux de rendement actuariel de ce titre à l’émission ? Le résultat est-il logique ?

**Pour déterminer le taux de rendement actuariel du titre à l’émission, il faut établir son profil de flux.**

**Réponse : 7,58 %**

**On constate que le taux actuariel est nettement supérieur au taux facial. Ce résultat est logique pour deux raisons :**

* **Le prix de souscription est inférieur à la valeur nominale.**
* **Le prix de remboursement est supérieur à la valeur nominale.**

**La prime d’émission et la prime de remboursement contribuent à augmenter le taux de rendement actuariel d’une obligation.**

1. On achète ce titre à 110 % le lundi 13/09/2010. Quel est son taux de rendement actuariel à la date de valeur de la transaction ? Cette évolution du taux actuariel était-elle prévisible ?

**Pour déterminer le taux actuariel du titre à une date ultérieure à l’émission, il faut tout d’abord savoir s’il y a ou non un coupon couru. La date de valeur de la transaction est le jeudi 16/09/2010, soit le jour du versement du premier coupon. A cette date, le vendeur de l’obligation perçoit le coupon plein. Dès lors, l’acheteur n’a aucun coupon couru à verser. Le calcul du taux de rendement actuariel est simple et repose sur le même principe (on établit un profil de flux).**

**Réponse : 5 %**

1. Le mardi 01/10/11, l’investisseur décide de revendre son obligation. Son cours est de 122 % à cette date. Quel est le taux de rendement actuariel de son placement (raisonnement en dates de valeur) ?
2. Quel est le taux de rendement actuariel de l’obligation à la date de valeur de la transaction du 1er octobre 2011 ? Qui est intéressé par cette information ?

**EXERCICE 37 (pas au programme du partiel)**

Soit une obligation dont les caractéristiques sont :

* Date d’émission : 21/10/2009 ;
* Durée : 6 ans ;
* Date d’achat : lundi 18/10/10 ;
* Prix d’achat : 100 % ;
* Remboursement in fine au pair ;
* Taux nominal : 10 %

**Travail à faire :**

Calculer la duration de cette obligation à la date qui intéresse l’investisseur. A partir de la duration, calculer la sensibilité du cours à une variation du taux actuariel de 1 % à la hausse, 0.1 % à la baisse et 0.01 % à la baisse. En déduire le cours de l’obligation dans chaque cas.

**EXERCICE 38**

Une entreprise émet le 10/09/2007 un emprunt obligataire :

* valeur nominale : 2 000 €
* nombre d'obligations : 10 000
* taux facial : 7,5%
* prix d'émission : 1 985 €
* remboursement in fine, au pair, le 10/09/2013
* taux actuariel : 7,66%.

**Travail à faire**:

1. Vérifier le taux actuariel à la date d'émission.
2. Quel serait le taux actuariel si le prix d'émission était de 2 000 €.
3. Le 16/12/2007, dans un journal financier, l'emprunt obligataire est coté : 112,08.
* Calculer le coupon couru
* Le prix total d'une obligation
1. Calculer la valeur des obligations au 10/09/2008, si le taux du marché est de 6,82%.

**EXERCICE 39**

Soient deux obligations dont les caractéristiques à l’émission sont :

***Première obligation***

* PE : 98 %
* PR : 100 %
* Taux facial : 6,5 %
* Durée : 8 ans
* Remboursement par annuités constantes

***Deuxième obligation***

* PR : 100 %
* Taux facial : 0 %
* Durée : 8 ans

Quel doit être le prix d’émission de l’obligation coupon-zéro pour qu’elle procure, à la souscription, le même taux de rendement actuariel que la première obligation ?

**Le taux actuariel à l’émission d’une obligation remboursée par annuités constantes est le taux i tel que :**

**V0 = A \* (1-(1+i)-T / ia**

**Il faut déterminer l’annuité constante de remboursement A. Elle se calcule à partir des conditions nominales :**

**Annuité = 16,42 €**

**Le taux actuariel est tel que : 98 = 16,42 \* (1-(1+i)-8 / i**

**On trouve taux de rendement = 7,02 %**

**Il s’agit de déterminer le prix de souscription de l’obligation coupon-zéro**

**EXERCICE 40**

Pendant la période des soldes, un article a subi une démarque de 20 % suivie d’une deuxième démarque de 40 %. Quel est le taux de rabais après la deuxième démarque par rapport au prix initial ?

**Le taux de rabais est de 52 %**

**EXERCICE 41**

Construire le tableau d’amortissement d’un emprunt de 4000 €, contracté à un taux actuariel de 6.5% sur une période de 7 ans avec 2 ans de différé de paiement selon que l’emprunt est par annuités constantes ou par amortissement constant. Quelle est l’incidence de ces deux modes de financement ?

**On parle ici de différé de paiement et non de différé de remboursement. Rien n’est versé pendant 2 ans, pas même les intérêts. Le capital prêté est donc de 4000\*(1.065)2 soit 4536,9 et l’annuité est calculée sur 5 ans.**

**Annuité CONSTANTE = 1091,7 €**

**Amortissement CONSTANT = 907,36 € + 294,90 = 1202,25 €**

**EXERCICE 42**

Pour l’achat d’un appartement dans la banlieue de Nancy, une banque lorraine accorde un prêt immobilier d’un montant de 120 000 € à son client. Le taux annuel est de 6%. Quel est le montant des mensualités si le prêt est remboursé sur 15 ans ?

Supposons que le montant de la mensualité soit jugé trop élevé par le client comme par sa banque. La capacité de remboursement mensuelle du client est estimée à 800 €. Quel devrait être le montant du prêt si son taux et sa durée restent identiques ? Toujours dans le cas où la mensualité est jugée trop élevée (le client ne pouvant rembourser que 800€), calculez la durée du prêt si son taux et son montant restent identiques.

**Réponses : Annuité = 1001 € ; Montant de l’emprunt = 95 830 € ; Durée = 22/23 ans**

**EXERCICE 43**

Une somme de X euros, placée au taux annuel i d’intérêts capitalisés, a produit les intérêts suivants :

* 908,22 € à la fin de la 3ème année,
* 977,61 € à la fin de la 5ème année,
* 1091,77 € à la fin de la dernière année du placement.

**Travail à faire :**

**Calculez le taux annuel i, la somme X placée ainsi que la durée n en années du placement.**

**A la fin de l’année numéro j, j = 1, 2, …. Le capital devient :**

**K(j) = X (1+i) j, donc à la fin de l’année 2, le capital est : K(2) = X (1+i) 2**

**Les intérêts de la troisième année s’élèvent à :**

**I(3) = K(2)i = X(1 + i)2 i…..Correction cours**

**EXERCICE 44**

Soit un emprunt obligataire d’un montant nominal de 3 000 000 € et d’une valeur nominale de 1 € par obligation. Cet emprunt a une durée de vie de 5 ans et les flux qu’il génère sont :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Années | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Flux en euros | 150 000 | 150 000 | 150 000 | 150 000 | 3 160 000 |

Chaque obligation est émise sur le marché primaire à 0,975 €. Un investisseur achète 1000 obligations lors de l’émission. On suppose qu’il y a des coûts de transaction qui se composent de 1 % de courtage sur le prix d’achat. Quel est alors le taux de rendement à l’émission pour l’investisseur ?

*Calcul du coût de revient pour l’émetteur :*

Si on reprend les informations ci-dessus et que l’on rajoute les informations suivantes :

* Frais à la charge de l’émetteur : à l’émission, 2 % du prix d’émission
* Frais à la charge de l’émetteur : lors de chaque versement, 1% du versement effectué.

Quel est le coût de revient ce cet emprunt pour l’émetteur ?

 **EXERCICE 45**

Une entreprise dépense 2 500 000 € pour investir à l’époque 0. Cet investissement produira les recettes nettes d’exploitation suivantes :

* 100 000 à l’époque 1
* 200 000 à l’époque 2
* 300 000 à l’époque 3
* 400 000 de l’époque 4 à l’époque 12

A la fin de la 12ème année, les équipements, complètement amortis, auront une valeur résiduelle de 100 000 €. Le coût du capital est de 12 %.

Calculez la valeur actuelle nette de cet investissement.

**VAN = - 2 500 000 + 100 000 / 1,121 + 200 000 / 1,122 + 300 000 / 1,123 + (400 000 \* (1 – (1,12)-9)/0,12) \* 1,12-3 + 100 000 /1,1212**

**VAN = - 2 500 000 + 89 286 + 159 439 + 213 534 + 2 131 300/1,404928 + 25 668**

**VAN = - 2 500 000 + 462 259 + 1 517 017 + 25 668**

**VAN = - 495 056 €**

**EXERCICE 46**

Une entreprise emprunte un capital remboursable par 10 annuités constantes de 3000 €. Taux annuel progressif :

* 6,5 % pendant les cinq premières années
* 7,5 % pendant les cinq années suivantes

a) Calculer, au jour de la remise des fonds (la première annuité échéant dans un an) **la valeur actuelle des cinq premières annuités puis la valeur actuelle des cinq annuités suivantes.**

**La valeur actuelle des cinq premières annuités**

**V0 = 3000 \* (1 – 1,065-5) / 0,065 = 12 467 €**

**La valeur actuelle des cinq annuités suivantes**

**(Les annuités 6, 7, 8, 9 et 10)**

**V5 = 3000 \* (1 – 1,075-5) / 0,075  = 12 137,65**

**V0  = 12 137,65 / 1,0655 = 8 859 €**

**b) En déduire le montant du capital emprunté.**

**12 467 + 8 859 = 21 326 €**

**Le montant total des intérêts est de :**

**30 000 – 21 326 = 8 674 €**

**EXERCICE 47**

Une entreprise emprunte un capital remboursable par 15 annuités constantes de 4000 €.

Taux annuel progressif :

* 5 % pendant les cinq premières années
* 10 % pendant les cinq années suivantes
* 15 % pendant les cinq dernières années.

**Travail à faire :**

1. Calculer, au jour de la remise des fonds (la première annuité échéant dans un an) la valeur actuelle des cinq premières annuités puis la valeur actuelle des cinq annuités suivantes et la valeur actuelle des cinq dernières annuités.

**VALEUR ACTUELLE D’UNE SUITE D’ANNUITES CONSTANTES**

**1 période avant la première annuité**

**V0 = annuités \* (1 – (1+i) -n) /i**

**Valeur des 5 premières annuités = 4000 \* (1- 1.05-5) /0.05 = 17 318 € (valeur à la période 0)**

**Valeur des 5 annuités suivantes = 4 000 \* (1- 1.1-5) /0.1 = 15 163 € (valeur à la période 5)**

**Calcul de l’actualisation des 15 163 € (je cherche la valeur à 0)**

**15 163/1.055 = 11 881 €**

**Valeur des 5 dernières annuités = 4 000 \* (1- 1.15-5) /0.15 = 13 409 € (valeur à la période 10)**

**Calcul de l’actualisation des 13 409 € (je cherche la valeur à 0)**

**13 409/1.15 = 8 326 € (valeur à la période 5)**

**8 326/1.055= 6 523 €**

**Valeur des 5 suivantes = 15 163 \* 1,05-5 = 11 881 €**

**Valeur des 5 dernières annuités = 13 409 \* 1,05-5 \* 1,1-10 = 6 523 €**

1. **En déduire le montant du capital**

**Montant du capital emprunté = 17 318 + 11 881 + 6 523 = 35 722 €**

1. **Calculez la valeur actuelle de la 26ème à la 30ème annuité si l’entreprise décide d’emprunter sur 30 ans en remboursant 4000 € par an. On gardera un taux de 15 % pour les annuités de la 16ème à la 30ème année.**

**Valeur des 5 dernières annuités = 4 000 \* (1- 1.15-5) /0.15 = 13 409 € (valeur à la période 25)**

**Je me place à la période 20**

**13 409/1.155 = 6 667 €**

**Je me place à la période 15**

**6 667/1.155 = 3 315 €**

**Je me place à la période 10**

**3 315/1.155 = 1 648 €**

**Je me place à la période 5**

**1 648/1.105 = 1 023 €**

**Je me place à la période 0**

**1 023/1.055 = 802 €**

1. **Quelle sera la valeur actuelle de ce nouvel emprunt.**

**Valeur actuelle de ce nouvelle emprunt = 35 722 + 802 + 4 856\* = 41 380 €**

**\* Valeur des annuités 16 à 25 = 4 000 \* (1- 1.15-10) /0.15 = 20 075 € (valeur à la période 15)**

**Je me place à la période 10**

**20 075/1.155 = 9 981 €**

**Je me place à la période 5**

**9 981/1.105 = 6 197 €**

**Je me place à la période 0**

**6 197/1.055 = 4 856 €**

**Si je rembourse 4000 € pendant 30 ans, je paie en tout 4000\*30=120 000€**

**Mais dans un contexte où les taux sont relativement élevés (comme dans l’exercice). La somme reçue ne sera que de 41 380 € ; On paiera 78 620 € d’intérêts**

**EXERCICE 48**

Calculer dans chacun des cas suivants, la valeur acquise par les versements périodiques constants, immédiatement après le dernier versement :

* 30 versements annuels chacun de 10 000 € au taux annuel de 10 % ;
* 20 semestrialités chacune de 2000 € au taux annuel de 12 %.