FIN110 - Mathématiques financières
(Outils quantitatifs appliqués à la finance 1)

Le temps, c'est de l'argent. Cet adage est une des règles de base de la finance. 100 € aujourd'hui ne vaudront pas 100 € dans un an car le temps a un coût, lié à **la renonciation** que représente le fait d'attendre.

Cette prise en compte du prix du temps au travers du calcul actuariel se retrouve dans la plupart des problèmes financiers auxquels sont confrontés les investisseurs et les managers.

Le calcul actuariel est notamment utile lorsqu'il s'agit d'estimer la valeur d'un actif coté sur un marché (action, obligation…).

En finance, il existe une **relation fondamentale entre le risque et la rentabilité** : plus un actif est risqué, plus la rentabilité qui en est attendue est élevée.

Pour sa mise en œuvre, il est donc nécessaire de définir et quantifier le risque. Le fait qu'une somme future soit aléatoire, c'est-à-dire incertaine dans son montant et/ou sa date d'apparition entraine un risque. **Pour quantifier ce risque, nous disposons d'outils statistiques tels que la variance et l'écart-type.**

Mais la finance nous enseigne aussi qu'il ne faut pas mettre tous ses œufs dans le même panier. Par la diversification, l'investisseur peut diminuer le risque de son investissement.

Puisqu'une partie du risque peut être réduit par diversification, seul le risque non diversifiable est rémunéré. Pour déterminer la juste rémunération de ce risque, il existe plusieurs modèles. Tout ceci nous amène à la règle suivante : **la valeur d'un actif est égale à la somme des flux de trésorerie actualisés qu'il va procurer dans le futur.**

Pour mettre en œuvre ce principe, il faut déterminer **un taux d'actualisation** en ayant recours à cette règle que plus un actif est risqué, plus la rentabilité qui en est attendue est élevée. Ces Règles permettent de valoriser de façon relativement simple la plupart des actifs financiers, notamment les obligations et les actions. À côté de ces deux types de titres, il existe une plusieurs catégories particulières telles que les options.

On peut, pour conclure cette introduction qu'il existe « un problème » lorsque les flux échangés sont différés. On préfère recevoir le prix de l'échange maintenant que plus tard. Si le paiement est retardé, la somme à payer sera majorée. Cette interaction entre temps et valeur est essentiel et c'est ce que l'on va découvrir à travers l'étude :

- des intérêts simples,
- des intérêts composés,
- des emprunts indivis
- des emprunts obligataires.
- La problématique des rentes

Chapitre 1 : Les intérêts simples

Quand une personne **(le prêteur)** prête un capital à une autre personne **(l'emprunteur),** il est habituellement convenu **que l'emprunteur rembourse** à l'échéance, non seulement le montant du prêt, mais un supplément : **l'intérêt du prêt.**

L'intérêt est le dédommagement versé au prêteur qui renonce à la satisfaction qu'il obtiendrait en dépensant immédiatement son argent.

Le prêteur aurait pu notamment employer lui-même son argent dans une activité commerciale qui lui aurait rapporté des bénéfices.

La perte de ces bénéfices potentiels est ce qu'on appelle **un coût d'opportunité**.

Ce coût est compensé par l'intérêt. Le prêteur court le risque de ne pas être remboursé à l'échéance du prêt si l'emprunteur est défaillant.

L'intérêt incorpore la rémunération de ce risque.

1) Le taux d'intérêt

Les conditions de formation des taux d'intérêt ont été bouleversées par la déréglementation et le décloisonnement des marchés financiers dans le milieu des années 80.

Cette mutation s'est traduite par le recours à une régulation des marchés par le biais des taux d'intérêts au lieu d'une administration quantitative des financements. Dès lors, les taux d'intérêt sont devenus une variable très importante dans les décisions de tous les agents économiques.

Le taux d'intérêt est le rapport entre l'intérêt obtenu pendant une unité de temps et le capital prêté. Ce rapport s'exprime au choix :

- **par une fraction (exemple => 5/ 100),**
- par un nombre décimal (exemple => 0,05),
- **par un pourcentage (exemple => 5 %).**

L'unité de temps choisie pour définir le taux **est habituellement l'année.** Ce peut être aussi le semestre, le trimestre, une période quinquennale, etc.

2) Le calcul des intérêts simples

Les intérêts simples sont principalement utilisés pour les crédits de trésorerie à court terme. Les intérêts simples sont payés en fin de période (tous les mois, tous les trimestres, tous les semestres ou tous les ans, selon les stipulations du contrat).

Ils ne s'ajoutent pas au capital prêté pour produire eux-mêmes des intérêts.

Les intérêts simples sont proportionnels :

- au capital,
- à la durée du prêt
- et au taux d'intérêt

Si on utilise un taux annuel, la durée du prêt devra être exprimée en année. Si on utilise un taux mensuel, la durée du prêt devra être exprimée en mois ! Le montant des intérêts produits est égal :

Le montant des intérêts produits = Capital * taux d'intérêt * durée

Le total du capital placé et des intérêts produits est appelé valeur acquise,

a) Application 1

On place 100,00 € à 4,2 % l'an pendant 8 mois. Calculez l'intérêt perçu et la valeur acquise

=> L'intérêt perçu à la fin des 8 mois = 100,00 * 0,042 * 240/360 = 2,80 €

=> La valeur acquise à la fin du prêt par le capital prêté (A) = 100,00 + 2,80 = 102,80 €

Remarque :

Il est d'usage en France, dans les calculs d'intérêts, de compter l'année pour 360 jours et les mois étant comptés pour leur nombre de jours réel.

Ceci facilitait autrefois le calcul manuel des intérêts. Cette méthode n'est plus justifiée avec l'usage des calculatrices et de l'informatique et, en toute logique, on devrait revenir à une année de 365 jours (voire 366 jours).

Les établissements de crédit continuent cependant à calculer les intérêts simples en fonction d'une année de 360 jours, notamment en matière de crédit d'escompte.

b) Application 2

On place 100,00 € à 0,35 % par mois pendant 8 mois.

=> L'intérêt perçu à la fin des 8 mois = 100,00 * 0,0035 * 8 = 2,80 €
=> La valeur acquise à la fin du prêt par le capital prêté (A) = 100,00 + 2,80 = 102,80 €

c) Application 3

On place 300,00 € à 5 % l'an du 15 avril au 30 mai.

ATTENTION : La durée correspond au nombre de jours qui séparent la date du placement de la date du retrait, en négligeant l'une des deux dates (on ne tient pas compte du 1 er ou du dernier jour), les mois étant retenus pour leur nombre de jours exacts.

1ère solution - On compte l'année sur 360 jours

Durée = 45 jours. La valeur acquise (A) à la fin du prêt par le capital prêté = 300,00 + 1,88 = 301,88 €

2ème solution - On compte l'année sur 365 jours

Durée = 45 jours. La valeur acquise (A) à la fin du prêt par le capital prêté = 300,00 + 1,85 = 301,85 €

3) L'escompte

a) Définition de l'escompte

L'escompte est une réduction financière. On ne doit pas confondre l'escompte avec les réductions commerciales (Rabais, Remise, Ristourne)

L'escompte est aussi une forme particulière de prêt pratiquée par les banques.

La banque achète à un bénéficiaire un effet de commerce (lettre de change ou billet à ordre, parfois warrant) **payable à terme et règle cet achat au comptant.**

Tout se passe comme si la banque prêtait au bénéficiaire le montant de l'effet entre le jour de la négociation et l'échéance.

Cependant, la banque paie pour l'effet escompté, un prix inférieur à la valeur nominale.

Elle retient un intérêt que l'on appelle l'escompte.

L'escompte commercial est un intérêt simple qui est proportionnel à la valeur nominale de l'effet.

b) Application

Si l'on désigne par : e, l'escompte, VN, la valeur nominale de l'effet (valeur inscrite sur l'effet) t, le taux d'escompte relatif à l'unité de temps, n, le délai entre le jour de la négociation et l'échéance, mesuré avec la même unité de temps,

Travail à faire :

1. donnez la valeur de l'escompte
2. Donnez la valeur actuelle perçue par le bénéficiaire

=> L'escompte = VN * t * n/360

Valeur actuelle = VN - escompte

La durée de l'escompte correspond au nombre de jours qui séparent la date de mise à l'escompte de l'effet de la date d'échéance de l'effet, en négligeant la date de remise (on ne tient pas compte du 1 er jour), les mois étant retenus pour leur nombre de jours exacts. La somme perçue par le bénéficiaire de l'effet escompté devrait être la valeur actuelle définie par la relation :

=> **Valeur actuelle = Valeur nominale - Escompte**

En réalité, la banque retranche de la valeur nominale, non seulement l'escompte proprement dit, mais aussi des commissions et la T.V.A. Par ailleurs, les banques rajoutent souvent "un ou plusieurs jours de banque" ! L'usage est de compter l'année sur 360 jours.

c) exemple

On escompte un effet de 250,00 € échéant dans 2 mois au taux annuel de 9 %. Calculez la valeur actuelle de l'effet.

Réponse : La valeur actuelle de l'effet est égale à 250,00 - 3,75 = 246,25 €

4) La justification de l'intérêt

L'intérêt peut être défini comme la rémunération d'un prêt d'argent effectué par un agent économique (prêteur) à un autre agent économique (emprunteur). Pour l'emprunteur, l'intérêt apparaît comme un coût.

Dans une économie monétaire, les justifications de cette rémunération sont le risque et le temps.

a) La prise en compte du temps

La micro-économie financière nous enseigne que les agents économiques ont une préférence pour le présent. Or, un agent économique qui prête une somme d'argent **renonce** à une consommation présente. Se privant de l'utilité qu'il pourrait recevoir de cette consommation immédiate, il est normal qu'il reçoive une rémunération le dédommageant de cette privation temporaire.

b) La prise en compte du risque

- **L'inflation : entraîne une érosion monétaire.** La rémunération obtenue par le prêteur doit au moins compenser cet effet. Le taux d'intérêt doit comprendre une prime d'inflation. Il est alors appelé : taux nominal
  Le taux d'intérêt exprimé en euro constants (sans anticipation inflationnistes) est un taux réel.
- **Le risque de défaut :** un prêt d'argent comporte également un risque de non remboursement de la part de l'emprunteur. L'importance de ce risque dépend de la nature de l'emprunteur. Un prêteur rationnel n'acceptera un tel risque qu'à condition de percevoir une rémunération d'autant plus forte que le risque de non-remboursement est élevé. Le taux d'intérêt devra incorporer une prime de risque supplémentaire.

Chapitre 2 : Les intérêts composés

1) Généralités et formule

Les intérêts composés sont capitalisés périodiquement, c'est-à-dire qu'ils s'ajoutent au capital pour produire eux-mêmes des intérêts. Les périodes sont les intervalles de temps égaux à la fin desquels les intérêts sont calculés et capitalisés.

Le taux d'intérêt composé est défini en relation avec la période. Ce système est utilisé pour les prêts à long terme (plusieurs années).

Désignons par :

- **C_0** => Le capital déposé à l'époque 0 (début de la période 1)
- **Cn** => La valeur acquise à la fin de la période n ;
- **i** => Le taux d'intérêt pour un euro, relatif à une période de capitalisation

On peut écrire : **=> $Cn = Co * (1 + i)^n$**

Les intérêts s'obtiennent par différence => Cn – Co

2) Quelques remarques

a) Concordance avec la période et le taux

- Capitalisation annuelle => Taux annuel et nombre d'années de placement
- Capitalisation semestrielle => Taux semestriel et nombre de semestres de placement
- Capitalisation trimestrielle => Taux trimestriel et nombre de trimestres de placement
- Capitalisation mensuelle => Taux mensuel et nombre de mois de placement

b) Valeur acquise en cours de période

On place 1 000,00 € à 8 % l'an à intérêts composés pendant 3 ans 9 mois.

Première solution (dite rationnelle) : On considère que la valeur acquise, au bout de 3 ans, reste placée à intérêts simples pendant 9 mois.

- La valeur acquise après 3 ans = 1 259,71
- Les intérêts simples des 9 derniers mois = 75,68
- La valeur acquise après 3 ans 9 mois = 1 335,29 €
- Le total des intérêts est égal à 325,29 €

Deuxième solution (dite commerciale) : Dans la pratique, la solution rationnelle est peu employée. On lui préfère une solution approchée, fondée sur l'utilisation directe de la formule générale

=> Cn = Co * (1 + i) n ou "n" devient un nombre fractionnaire

=> Valeur acquise = 1 000,00 * $1,08^{3,75}$ = 1 334,56 €

3) Valeur actuelle d’un capital

Nous savons déterminer la valeur acquise par un capital placé à intérêts composés au bout d'un certain temps (nombre entier ou non de périodes). Cette opération est une capitalisation. A l'inverse, nous pouvons nous demander quelle somme il faut placer à intérêts composés pour obtenir, après un certain temps de placement, un capital déterminé. Si on a la possibilité de placer ses capitaux au taux d’intérêt composé i, il est équivalent :

- de recevoir immédiatement un capital C0 et de le placer pendant n périodes ;
- ou d’attendre la fin des n périodes pour recevoir un capital : $Cn = C0 (1 + i)^n$.

Le capital C_o est appelé valeur actuelle (ou valeur actualisée), à l’époque 0, du capital Cn échéant à l’époque n.

Chapitre 3 : Les emprunts indivis

1) Définition

Remboursable à une seule personne (physique ou morale) qui est le plus souvent un établissement financier.

- On place 5 000,00 € par an, du 1 er janvier 2018 au 1 er janvier 2025 inclus, au taux de 6 % l'an. Quelle somme obtiendra-t-on le 1 er janvier 2025 ?
- Quelle somme faut-il placer annuellement pendant - ans pour obtenir 800 000 € à la date du sixième versement ? Le taux d'intérêt annuel est 4 %.

Les emprunts obligataires : Remboursables à plusieurs personnes (des milliers le plus souvent). Ces personnes pouvant être des personnes physiques ou des entreprises.

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes perpétuelles

Il arrive que le nombre d'annuités constantes ne soit pas défini et qu'on le considère comme théoriquement infini. C'est le cas de certains titres d'emprunts "perpétuels" (titres subordonnés à durée indéterminée). C'est aussi parfois le cas de l'estimation des flux de trésorerie futurs qu'une entreprise est censée générer. La valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes perpétuelles est la limite de V0 quand n tend vers l'infini.

Exemple

La valeur actuelle d'une suite d'annuités perpétuelles de 1 000,00 €, au taux d'actualisation de 5 %, est égale à 1000,00/0,05 = 20 000,00 €. Si l'on place à perpétuité un capital de 20 000,00 € au taux annuel de 5 %, on recevra une rente annuelle égale à 20 000,00 * 5 % = 1 000,00 €.

Exemple

Une entreprise souhaite investir 1 000 en période 0. Cet investissement donnera les flux économiques nets d'I.S suivants à la fin de chaque exercice :

=> Fin 1 => 300

=> Fin 2 => 200

=> De fin 3 à fin 6 => 500

Travail à faire :

Calculez la valeur actuelle des flux engendrés par cet investissement.

2) Les différents modes de remboursement d'un emprunt indivis

On peut rembourser un emprunt indivis de trois façons :

- en une seule fois à l'échéance (Cas rare) => Remboursement in fine
- par amortissements constants
- par annuités constantes

Définition d'une annuité

=> Annuité = Intérêts + Amortissements du capital

Remarque : Amortir le capital d'un emprunt signifie rembourser tout ou partie de la valeur d'origine de l'emprunt. Conséquences : Si l'amortissement est constant, l'annuité ne l'est pas. Si l'annuité est constante, l'amortissement ne l'est pas.

Remboursement d'un emprunt indivis in fine

Exemple

Le 01.01.N, une entreprise emprunte 1 000 000 € sur 5 ans. Remboursement in fine, taux = 10 %, durée = 5 ans. L'exercice comptable coïncide avec l'année civile. Présenter le tableau d'amortissement de l'emprunt. A l'échéance des quatre premières annuités l'entreprise ne paiera que des intérêts et, à l'échéance de la 5ème annuité, elle paiera les intérêts de cette année plus la totalité du montant emprunté.

Date d'échéance	K restant dû (début)	Intérêts	Amortissements	Annuités	K restant dû (fin)
31/12/N	1 000000	100 000		100 000	1 000000
31/12/N+1	1 000000	100 000		100 000	1 000000
31/12/N+2	1 000000	100 000		100 000	1 000000
31/12/N+3	1 000000	100 000		100 000	1 000000
31/12/N+4	1 000000	100 000	1 000000	1 100000	0
TOTAL		500 000	1 000 000	1 500 000	

Remboursement d'un emprunt indivis par amortissements constants

Exemple

Le 01.01.N, une entreprise emprunte 1 000000 € sur 5 ans. Remboursement par amortissements constants, taux = 10 %. L'exercice comptable coïncide avec l'année civile. Présenter le tableau d'amortissement de l'emprunt.

Date d'échéance	K restant dû	Intérêts	**Amortissements**	Annuités	K restant dû (fin)
31/12/N	1 000000	100 000	**200 000**	300 000	800 000
31/12/N+1	800 000	80 000	**200 000**	280 000	600 000
31/12/N+2	600 000	60 000	**200 000**	260 000	400 000
31/12/N+3	400 000	40 000	**200 000**	240 000	200 000
31/12/N+4	200 000	20 000	**200 000**	220 000	0
TOTAL		300 000	**1 000 000**	1 300 000	

Remboursement d'emprunt indivis par annuités constantes

Exemple

Un emprunt de nominal 1 000000 € est contracté le 01/01/N pour une durée de 5 ans. Taux d'intérêt annuel = 10 %. Service de l'emprunt (mode de remboursement de l'emprunt) par annuités constantes. L'exercice comptable coïncide avec l'année civile. Question : Présenter le tableau d'amortissement de l'emprunt.

Annuité = valeur de l'emprunt * i /(1-(1+i)$^{-n}$) = 1 000 000 * 0,1 / (1- 1,1^{-5}) = 263 797,48 €

Date d'échéance	**K restant dû**	**Annuités**	**Intérêts**	**Amortissements**	**K restant dû (fin)**
31/12/N	**1 000000**	**263 797,48**	**100 000**	**163 797,48**	**836 202,52**
31/12/N+1	**836 202,52**	**263 797,48**	**83 620,25**	**180 177,23**	**656 025,29**
31/12/N+2	**656 025,29**	**263 797,48**	**65 602,53**	**198 194,95**	**457 830,34**
31/12/N+3	**457 830,34**	**263 797,48**	**45 783,03**	**218 014,45**	**239 815,89**
31/12/N+4	**239 815,89**	**263 797,48**	**23 981,59**	**239 815,89**	**0**
TOTAL		**1 318 987,4**	**318 987,4**	**1 000 000**	

3) Formule pour trouver directement le montant du p ième amortissement (MP), à partir de M1

Mp correspond au montant du p ième amortissement et M1 est égal au montant du premier amortissement.

=> Mp = M1 * (1 + i)$^{p-1}$

Vérification :

M 4 = 163 797,48 * (1,10)$^{4-1}$

M 4 = 218 014,45

FIN110 - Mathématiques financières
(Outils quantitatifs appliqués à la finance 1)
Chapitre 4 : Les emprunts obligataires

1) Vocabulaire des emprunts obligataires

a) Définition d'une obligation

Il s'agit d'un titre négociable, donnant les mêmes droits de créance pour une même valeur nominale. L'obligation rapporte au souscripteur (celui qui achète l'obligation => l'obligataire) des intérêts fixes le plus souvent. Nous verrons qu'il existe des obligations à taux variable, voire des obligations ne rapportant pas d'intérêts => Obligations à coupons zéro ! L'émetteur de l'emprunt obligataire dispose de plusieurs modalités pour le rembourser aux souscripteurs

b) Qui peut émettre un EO ?

Les entreprises du secteur public ou privé et les États.

c) Durée de l'emprunt

Un emprunt obligataire commence à partir de la date de jouissance (date à partir de laquelle on commence à calculer les intérêts) et se termine lors du dernier remboursement. Notez que la date de jouissance d'un EO peut être antérieure à sa date d'émission. => Plus attrayant pour le souscripteur !

Exemple : EO émis le 15/01/N, date de jouissance : le 1/01/N

- *Le 15/01/N+1, le souscripteur percevra 12,5 mois d'intérêt !*
  Bien entendu, ceci n'est valable que pour la première échéance !

d) Valeur nominale (VN)

Également appelé "pair". C'est la valeur sur laquelle doit être appliquée le taux d'intérêt facial (ou nominal).

e) Prix d'émission (PE)

Prix payé par les souscripteurs de l'EO, à l'émetteur de l'EO. Il peut être inférieur à la VN => Plus attrayant pour les souscripteurs.

f) Prix de remboursement (PR)

Prix remboursé, au souscripteur, par l'émetteur. Le plus souvent, il est > à la VN (mais ce n'est pas obligatoire).

g) Prime de remboursement

Prime de remboursement = PR – PE

Remarque : Les juristes ont un autre vocabulaire :

- VN - PE = Prime d'émission
- PR - VN = Prime de remboursement

Notez que cela ne change rien au montant total !

Exemple : PE = 800 € ; VN = 1 000 € ; PR = 1 500 €

Prime de remboursement = 1 500 - 800 = 700 € ou PR = (1 000 - 800) + (1 500 - 1 000) = 700 €.

2) Les différents modes de remboursement des emprunts obligataires

a) Par annuités constantes

A chaque échéance, l'émetteur verse la même annuité. Les annuités sont donc toutes égales entre elles et comportent des intérêts et du capital. Le montant des intérêts, inclus dans l'annuité, diminue à chaque échéance alors que le montant du remboursement du capital emprunté augmente à chaque échéance.

b) Par amortissements constants

Avec cette méthode les annuités ne seront pas égales entre elles. En effet, le nombre d'obligations amorties étant le même à chaque échéance, le montant des intérêts diminue.

c) In fine relatif

Lors de chaque échéance (sauf la dernière), l'émetteur ne verse que les intérêts. Donc ces annuités seront toutes égales puisqu'il n'y a pas de remboursement d'obligations durant ces périodes ! A la dernière échéance, l'émetteur remboursera toutes les obligations au prix de remboursement + les intérêts de la dernière annuité.

d) In fine absolu

L'émetteur ne verse rien pendant la durée de l'emprunt. Lors de la dernière échéance, il rembourse toutes les obligations au prix de remboursement ainsi que les intérêts composés. En réalité ce cas se rencontre très rarement.

e) Obligations à coupon "zéro"

L'émetteur ne verse aucun intérêt durant la durée de l'emprunt (même pas à l'échéance !)

Exemple : Un EO à coupon zéro d'une durée de 12 ans est émis le 1/10/N.
Prix d'émission = 1 000 €.
Prix de remboursement = 4 500 €.
En fait, l'absence de rémunération est largement compensée par l'importance de la prime de remboursement !

f) Exemple 1

Nombre d'obligations émises le 30/03/N = 350 000.

VN = 1 000,00 €. Remboursement au pair, par annuités constantes. Taux d'intérêt facial (nominal) = 8,4 %. Durée 15 ans.

Présentez dans le tableau ci-dessous les trois premières lignes du tableau d'amortissement de cet EO.

Date d'échéance	Capital restant dû	Intérêts ou coupons	Amortissement théorique	Obli. Réell. amorties	Amortissement réel	Obligations vivantes

g) Exemple 2 : Remboursement au-dessus du pair

=> PR > VN (quel que soit le PE). Identique au cas précédent, toutefois le calcul de l'annuité est modifié. On utilise i' à la place de i dans toutes les formules et PR à la place de VN.

- i' = (VN * i) / PR

Une SA a émis le 1/09/N un emprunt obligataire de 2 000 000 € (en VN).

VN = 200,00 € ; PE = 195,00 € ; PR = 215,00 € ; Taux d'intérêt annuel = 10,75 % ; Remboursement par 12 annuités constantes.

Présentez dans le tableau ci-dessous, les deux premières lignes du tableau d'amortissement de l'EO.

Date d'échéance	Capital restant dû	Intérêts ou coupons	Amortissement théorique	Obligations réellement amorties	Amortissement réel	Obligations vivantes

h) <u>Exemple 3 : Remboursement par amortissement constant</u>

Reprenons l'exemple précédent (remboursement au-dessus du pair) mais cette fois ci, remboursement par amortissement constant et pas de soulte. Rappel de l'énoncé :

Une SA a émis le 1/09/N un EO de 2 000 000 €.

- VN = 200,00 €.
- PE = 195,00 €.
- PR = 215,00 €.
- Taux d'intérêt annuel = 10,75 %.
- Remboursement sur 12 ans.

Date d'échéance	Capital restant dû	Intérêts ou coupons	Amortissement théorique	Obligations réellement amorties	Amortissement réel	Obligations vivantes

Chapitre 5 : Les rentes

1. Rente temporaire de flux variant en progression arithmétique

Soit un investissement financier dont les caractéristiques sont les suivantes :

- S_T = somme acquise ;
- F_t = flux de trésorerie à la date t (versements en fin de période) ;
- T : nombre total de flux ;
- i : taux d'intérêt périodique ;
- r : raison de la suite arithmétique.

Ainsi, la valeur acquise d'une suite temporaire de flux de trésorerie F_t en progression arithmétique de raison r, pour un taux d'intérêt i, est :

$$S_T = (F_1 + r/i) (((1+i)^T - 1)/ i) – Tr/i$$

Ainsi, la valeur actuelle d'une suite temporaire de flux de trésorerie F_t en progression arithmétique de raison r, pour un taux d'intérêt i, est :

$$S_0 = (F_1 + r/i + Tr) ((1 - (1+i)^{-T})/ i) – Tr/i$$

2. Rente perpétuelle de flux variant en progression arithmétique

Ainsi la valeur actuelle d'une rente perpétuelle à termes variant en progression arithmétique, de raison r et de premier terme F_1, pour un taux d'intérêt i, est :

$$S_0 = F_1/i + r/i^2$$

3. Rente temporaire de flux variant en progression géométrique

Si un investisseur augmente ou diminue, à intervalles réguliers un placement d'un pourcentage constant, il s'agit d'un rente en progression géométrique. Soit un investissement financier dont les caractéristiques sont les suivantes :

- S_T = somme acquise ;
- F_t = flux de trésorerie à la date t (versements en fin de période) ;
- T : nombre total de flux ;
- i : taux d'intérêt périodique ;
- q : raison de la suite géométrique.

Valeur acquise :

1er cas : q différent de (1+i)

$$\mathbf{S_T = F_1 * (q^T - (1 + i)^T)/ (q – (1 + i)}$$

2ème cas : q = (1 + i)

$$S_T = T * F_1 (1 + i)^{T-1}$$

Valeur actuelle :

1er cas : q différent de (1+i)

$$S_0 = (F_1 / (1 + i)^T) * (q^T - (1 + i)^T) / (q - (1 + i)$$

2ème cas : q = (1 + i)

$$S_0 = T * F_1 / q$$

4. Rente perpétuelle de flux variant en progression géométrique

L'évaluation d'une rente perpétuelle consiste à calculer sa valeur actuelle puisque la valeur acquise n'a ici aucun sens.

1er cas : q différent de (1+i)

$S_0 = F_1 / ((1 + i) - q)$

2ème cas : q = (1 + i)

Dans ce second cas, la valeur actuelle de la rente perpétuelle tend vers une limite infinie.

FIN110 - Mathématiques financières
(Outils quantitatifs appliqués à la finance 1)

Chapitre 6 – Les fondamentaux des mathématiques

1) Critères de divisibilité

a) Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

Un entier naturel est un nombre entier positif ou nul.

Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b différent de 0, c'est trouver deux nombres entiers naturels q et r tels que :

(a) = b*q + r   avec r inférieur à b

- **(a)** s'appelle le dividende, **b** le diviseur, **q** le quotient et **r** le reste

- Zéro ne divise aucun nombre, tout nombre est un multiple de 1 ;
- Tout nombre est un multiple de 1 ;
- Tout nombre entier est divisible par 1 et par lui-même ;

b) Utiliser des critères de divisibilité

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est **divisible par 2.**
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3.**
- Si les deux derniers chiffres d'un nombre entier forment un nombre divisible par 4, alors ce nombre est **divisible par 4**
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5.**
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9.**
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10.**

138 est divisible par 2 car son chiffre des unités est 8, c'est un nombre pair.
936 est divisible par 9 car la somme de ces chiffres est égale à 18, qui est divisible par 9.

c) Reconnaître un nombre premier

Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même

- 0 n'est pas premier car il possède une infinité de diviseurs ;
- 1 n'est pas premier car il possède un seul diviseur : lui-même ;
- 2 est le seul nombre premier pair car tous les nombres pairs sont divisibles par 2 ;
- Il existe une infinité de nombres premiers

Liste des nombres premiers inférieurs à 50 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 et 47

2) Enchainement d'opérations

a) Calculer sans parenthèses

Dans une expression sans parenthèses, ne comportant **que des additions et des soustractions**, on effectue les calculs **de la gauche vers la droite.**

Dans une expression sans parenthèses, ne comportant **que des multiplications et des divisions**, on effectue les calculs **de la gauche vers la droite.**

Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions. On dit que **la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et à la soustraction.**

b) Calculer avec des parenthèses

Dans une expression avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Quand il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on commence par les plus intérieures.

A l'intérieur des parenthèses, on applique les priorités de calcul.

3) Les puissances

a) Calculer une puissance d'exposant positif

(a) désigne un nombre relatif et n désigne un nombre entier supérieur ou égal à 2. Le produit de n facteurs égaux à (a) se note a^n ET se lit « a exposant n »

$$(a)^n = a*a*a*a…*a$$
$$\text{(n facteurs)}$$

b) Puissance de 10

Nombre	Ecriture décimale	Puissance de 10
1 milliard	1 000 000 000	10^9
Mille	1 000	10^3
238 millions	238 000 000	$238 * 10^6$

c) Calculer une puissance d'exposant négatif

(a) désigne un nombre relatif non nul et n désigne un nombre entier strictement positif. Le nombre a^{-n} désigne l'inverse du nombre a^n :

$$(a)^{-n} = 1 / a^{-n}$$

L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a * 10^n$; exemple :

1 785 000 000 (1 milliards 785 millions) est $1{,}785 * 10^9$

Nombre	Ecriture décimale	Puissance de 10
1 millionième	0,000 001	10^{-6}
1 Millième	0,001	10^{-3}
257 dix millièmes	0,0257	$257 * 10^{-4}$

4) Les pourcentages

DÉFINITION

La proportion en pourcentage d'une quantité A par rapport à une quantité totale B est égale à $\frac{A}{B} \times 100$ (en %)

Exemple :
La proportion en pourcentage de 18 élèves par rapport à un total de 120 élèves est égale à 15 % car $\frac{18}{120} \times 100 = 15$.

PROPRIÉTÉ

Prendre x% d'une grandeur revient à la multiplier par $\frac{x}{100}$.

Exemples :
• 5% de 640 euros représente $\frac{5}{100} \times 640 = 32$ euros .
• 1,5 litres représente 12,5% du volume total V d'un récipient. Pour calculer V, on exprime que $1,5 = \frac{12,5}{100} \times V$. D'où, $V = 1,5 \times \frac{100}{12,5} = 12$ litres.

PROPRIÉTÉ

• Augmenter une grandeur de x% revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.
• Diminuer une grandeur de x% revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

Exemples :
• Augmenter une grandeur de 3% revient à la multiplier par $1 + \frac{3}{100} = 1,03$.
• Augmenter une grandeur de 100% revient à la multiplier par $1 + \frac{100}{100} = 2$.
• Un produit coûte 500 euros. Après une augmentation de 4%, son prix sera égal à $\left(1 + \frac{4}{100}\right) \times 500 = 520$ euros.
• Diminuer une grandeur de 12% revient à la multiplier par $1 - \frac{12}{100} = 0,88$.
• Diminuer une grandeur de 50% revient à la multiplier par $1 - \frac{50}{100} = 0,5$.
• Une action valant 15 euros baisse de 6%. Sa nouvelle valeur est égale à $\left(1 - \frac{6}{100}\right) \times 15 = 14,1$ euros.

Remarque : $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ et $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ sont appelés coefficients multiplicateurs.

PROPRIÉTÉ

Multiplier une grandeur par un coefficient t revient à lui appliquer une variation en pourcentage de $(t - 1) \times 100$.

Exemples :
• Multiplier une grandeur par 1,15 revient à lui appliquer une variation de 15 % car $(1,15 - 1) \times 100 = 15$. (cela correspond en fait à une hausse de 15%)
• Multiplier une grandeur par 0,64 revient à lui appliquer une variation de -36 % car $(0,64 - 1) \times 100 = -36$. (cela correspond en fait à une baisse de 36%)

EXERCICES

EXERCICE 1

Un capital de 16 000 € est placé pendant 28 jours (année de 360 jours) au taux annuel de 12,5 %.

Travail à faire :

1. **Calculer les intérêts**
2. **Calculer la valeur acquise.**

EXERCICE 1bis (sans calculatrice)

Un capital de 20 000 € est placé pendant 90 jours (année de 360 jours) au taux annuel de 10%.

Travail à faire :

1. Calculer les intérêts
2. Calculer la valeur acquise

EXERCICE 2

Un capital de 136 200 € a été est placé pendant 121 jours (année de 360 jours) et il a acquis une valeur de 140 548,94 €.

Travail à faire :

1. **Quel est le taux d'intérêt ?**

EXERCICE 2bis (sans calculatrice)

Un capital de 100 000 € a été est placé pendant 120 jours (année de 360 jours) et il a acquis une valeur de 103 000 €.

Travail à faire :

2. **Quel est le taux d'intérêt ?**

EXERCICE 3

Un capital de 7 325 €, placé au taux annuel de 11 % (année de 365 jours), a acquis le 17 novembre la valeur de 7 380,19 €.

Travail à faire :

1. **À quelle date ce capital avait-il été placé ?**

EXERCICE 3 (sans calculatrice)

Un capital de 9 000 €, placé au taux annuel de 5 % (année de 360 jours), a acquis une valeur de 9 225 €.

Travail à faire :

2. **Quelle est la durée de ce placement ?**

EXERCICE 4

Un capital a acquis en 67 jours, au taux de 13 % (année de 360 jours), une valeur de 175 751,76 €.

Travail à faire :

1. **Quel est le montant de ce capital ?**

EXERCICE 4 (sans calculatrice)

Un capital a acquis en 180 jours, au taux de 2 % (année de 360 jours), une valeur de 50 500 €.

Travail à faire :

2. **Quel est le montant de ce capital ?**

EXERCICE 5 (sans calculatrice)

- Des chambres sont affichées hors saison à 40 €. Pendant la basse saison, elles subissent une première augmentation de 20%. Depuis le 15 juin, alors que nous sommes passés en Haute saison, elles ont encore augmenté de 30 %. Farid dit : « Les chambres ont augmenté de 50 % en tout ! A-t-il raison ? Expliquez et calculez

- Sur les 380 élèves du lycée, 75% ont réussi leur BAC. Calculez le nombre d'élèves admis et le nombre d'élèves en échec.

- Une robe au prix affiché de 56€ est soldée à 30%. Quel est son nouveau prix ?

- Vous payez un article 63 € après avoir bénéficié d'une réduction de 10%. Quel était le prix catalogue ?

- Pierre veut rénover sa salle de bain mais hélas le prix du cuivre vient d'augmenter de 15% ; Quel est le nouveau prix sachant que l'ancien prix était de 75 € ? et avec une remise de 10%, quel effectivement le nouveau prix ?

- Un article que vous payez 180 € vient de subir une hausse de 12,5%. Quel était l'ancien Prix ?

EXERCICE 6

Calcule les expressions suivantes et donne le résultat sous forme scientifique

$$A = 3 \times 10^4 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^0$$

....

....

$$B = \frac{6 \times 10^{12} \times 35 \times 10^8}{14 \times (10^5)^3}$$

....

....

....

....

$$C = \frac{3 \times 10^5 - 6 \times 10^3}{3 \times 10^3}$$

EXERCICE 7

Un capital de 1 000 € est placé au taux annuel de 11,5 % pendant 8 ans.

Travail à faire :

1. **Calculer la valeur acquise**
2. **Quel est le montant des intérêts**

EXERCICE 8

Un capital de 2 000 € a rapporté 7 796 € d'intérêts en 13 ans.

Travail à faire :

Quel était le taux ?

EXERCICE 9

Un capital de 8 900 € a été placé pendant 7 ans et 6 mois au taux annuel de 6 % avec capitalisation semestrielle des intérêts.
Le taux semestriel d'intérêts composés est le taux proportionnel au taux annuel.

Travail à faire :

1. **Quel est le taux d'intérêt semestriel ?**
2. **Quelle est la valeur acquise à la fin du placement ?**
3. **Quel est le taux mensuel équivalent au taux semestriel ?**
4. **Quelle serait la valeur acquise par le capital initial après 7 ans et 10 mois ?**

EXERCICE 10

Un emprunt de 500 000 € est effectué le 15/07/N. Remboursable par six annuités constantes. Taux 10,5%.

Travail à faire :

1. **Calculez le montant de l'annuité constante.**
2. **Présentez le tableau d'amortissement de l'emprunt en entier.**

EXERCICE 11

Une société a contracté le 31/12/N un emprunt remboursable en 12 annuités constantes, la première échéant le 31/12/N+1. Le montant de l'emprunt s'élève à 1 620 000 €. Taux d'intérêt, 14,5% l'an.

Travail à faire :

1. **Présenter les deux premières lignes du tableau d'amortissement de l'emprunt.**
2. **Calculer le sixième amortissement.**

EXERCICE 12

Un emprunt amortissable par 10 annuités constantes est tel que le 1er amortissement est de 9873,01 € et le 3ème de 11730,13 €.

Travail à faire :

1. **Calculer le taux nominal puis le montant de l'emprunt sachant que l'annuité constante est de 23 373,01 €.**
2. **Quel est le montant du 10ème amortissement ?**
3. **Quel est le montant restant dû après le 3ème amortissement.**

EXERCICE 13

Le 1/01/N, Un investissement de 1 800 000 € est financé par moitié par un emprunt. L'emprunt est remboursable par 40 trimestrialité constantes, la première échéant le 1/04/N+2. Taux d'intérêt annuel = 13%.

Travail à faire :

1. **Calculer le montant de la trimestrialité.**

EXERCICE 14

Un emprunt est remboursable par annuités constantes

- le 7ème amortissement = 67 485,98 €
- le 8ème amortissement = 75 584,30 €
- le dernier amortissement = 94 812,95 €

Travail à faire :

1. **Calculer le taux annuel d'intérêt.**
2. **Calculer le 1er amortissement.**
3. **Calculer le montant de l'annuité constante.**
4. **Le montant de l'emprunt.**
5. **Le capital dû après le versement de la 6ème annuité.**

EXERCICE 15

On désire se constituer un capital de 15 000 € le 31 décembre 2020. On place 5 000 € le 1er janvier 2008 et 3 000 € le 31 décembre 2010. Taux 6,5 %.

Travail à faire :

1. Quelle somme pourrait-on retirer le 31/12/2015 tout en laissant intact le capital final au 31 décembre 2020 ?
2. Si l'on n'avait pas retiré la somme mentionnée à la Q1, à quelle date aurait-on disposé des 15 000 € désirés ?

EXERCICE 16

On effectue des versements trimestriels de 300 € pendant 8 ans, du 31 mars N au 31 mars N+8 (on arrête les versements de 300 €). Le taux d'intérêt trimestriel est équivalent au taux annuel de 8 %.

Travail à faire :

1. Calculer la valeur acquise par ces versements le 31 mars N+8.
2. Calculer la valeur acquise par ces versements le 31 décembre N+8.

EXERCICE 17

On contracte un emprunt le 1er janvier N. Cet emprunt sera remboursé par 15 annuités constantes de 11 911,61 €. Le montant de l'emprunt est équivalent à ces annuités actualisées au taux de 6,5 %.

Travail à faire :

1. Calculer le montant de l'emprunt si la 1ère annuité est versée :
   - le 1er janvier N+1.
   - avec un différé de 2 ans, le 1er janvier N+3.

2. On décide de remplacer les 15 annuités versées à partir du 1er janvier N+1 (question 1.a), par 180 mensualités constantes équivalentes, la première étant versée le 1er février N.
   - Quel est le montant d'une mensualité ?
   - Comparer les 12 paiements mensuels au paiement annuel unique équivalent.

EXERCICE 18

Un emprunt de 45 000 € est remboursé par le versement de 18 annuités de 6 000 € chacune, la première étant versée un an après l'emprunt.

Travail à faire :

Quel est le taux de l'emprunt ?

EXERCICE 19

Un individu emprunte 20 000 €, au taux de 7 %, pour l'achat d'une voiture. Il convient avec son prêteur qu'il remboursera 4000 € à la fin de la première année, 6000 € en fin de la deuxième année, et le solde la fin de la troisième année. Quel sera le montant payé dans trois ans ?

EXERCICE 20

En vue de régler une acquisition, un individu doit effectuer neuf versements mensuels à la fin de chaque mois. Ces neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :

- Trois mensualités de chacune 460 € ;
- Puis trois mensualités de chacune 305 € ;
- Puis trois mensualités de chacune 152 €.

a) au taux de 10 %, quelle est la valeur actuelle de cette suite de mensualités ?

b) Sachant que la valeur acquise des règlements est de 3050 € et que les neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :

- Trois mensualités de chacune y ;
- Puis trois mensualités de chacune y/2 ;
- Puis trois mensualités de chacune y/3 ;

Déterminer, au taux de 10 %, le montant y.

EXERCICE 21

En tant que vainqueur d'un concours de téléréalité, vous pouvez choisir l'un des prix suivants :

- 100 000 € aujourd'hui
- 180 000 € à la fin de la cinquième année.
- 11 400 € par an à perpétuité.
- 19 900 € pendant chacune des 10 années à venir.
- 6 500 € l'année prochaine, puis 5 % de plus chaque année à perpétuité.

Si le taux d'intérêt est de 10 %, quel prix à le plus de valeur ?

EXERCICE 22

Un salarié décide de se constituer une retraite complémentaire. Il est âgé de 40 ans et prévoit de partir en retraite à 65 ans. A partir de sa cessation d'activité, il souhaite que cette retraite complémentaire lui assure une rente mensuelle de 460 € pendant 20 ans.

- En supposant des versements en fin de période, quelle somme constante doit-il placer tous les mois jusqu'à sa retraite, pour obtenir un tel résultat, si le taux de l'argent est de 6 % ?
- L'organisme auquel il s'adresse lui propose une seconde modalité de sortie en effectuant les mêmes versements pendant son activité : toucher 60 000 € à sa mise à la retraite. Quelle est la meilleure solution ?

EXERCICE 23

Soit des obligations A de 1000 € rapportant un coupon annuel de 75 € et remboursables le 1er octobre N+3. Nous sommes le 1er octobre N. Calculez, à cette date la valeur de marché de ces obligations. On retiendra l'hypothèse où le taux du marché est de 6 %, puis de 10 %. Concluez

EXERCICE 24

Un groupe pétrolier constitue une réserve de trésorerie pour faire face à ses obligations de démantèlement des plates-formes pétrolières. Il prévoit d'effectuer les placements successifs suivants :

- 1/01/2008 : 600 millions d'euros
- 1/01/2010 : 360 millions d'euros
- 1/01/2011 : 900 millions d'euros

Travail à faire :

1. Ces placements étant effectués au taux annuel de 7,5 %, quelle sera la réserve constituée le 1er janvier 2012 ?
2. Au lieu d'effectuer ces placements, le groupe décide d'épargner chaque année trois sommes égales les 1er mai, 1er septembre et 1er janvier. Ces sommes seront placées au taux relatif à une période de 4 mois, équivalent à 7,5 % annuel. Quel est le montant de chacun des versements qu'il faudrait effectuer du 1/05/2008 au 1/01/2012 inclus pour obtenir la réserve trouvée à la question 1 ?

EXERCICE 25

Pendant la période des soldes, un article a subi une démarque de 20 % suivie d'une deuxième démarque de 40 %. Quel est le taux de rabais après la deuxième démarque par rapport au prix initial ?

EXERCICE 26

Construire le tableau d'amortissement d'un emprunt de 4000 €, contracté à un taux actuariel de 6.5% sur une période de 7 ans avec 2 ans de différé de paiement selon que l'emprunt est par annuités constantes ou par amortissement constant. Quelle est l'incidence de ces deux modes de financement ?

EXERCICE 27

Pour l'achat d'un appartement dans la banlieue de Nancy, une banque lorraine accorde un prêt immobilier d'un montant de 120 000 € à son client. Le taux annuel est de 6%. Quel est le montant des mensualités si le prêt est remboursé sur 15 ans ?
Supposons que le montant de la mensualité soit jugé trop élevé par le client comme par sa banque. La capacité de remboursement mensuelle du client est estimée à 800 €. Quel devrait être le montant du prêt si son taux et sa durée restent identiques ?

Toujours dans le cas où la mensualité est jugée trop élevée (le client ne pouvant rembourser que 800€), calculez la durée du prêt si son taux et son montant restent identiques.

Exercice corrigé

a. Donne l'écriture décimale de 10^{-3}.

b. Écris sous la forme d'une puissance : $\frac{2^3}{2^5}$.

Correction

a. $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = \mathbf{0{,}001}$

b. $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2} = \mathbf{2^{-2}}$

EXERCICE 28

Complète le tableau suivant

Puissance	Définition	Écriture fractionnaire	Écriture décimale
10^{-4}	$\frac{1}{10^{\cdots}}$	$\frac{1}{\cdots\cdots\cdots}$	
10^{-2}			
	$\frac{1}{10^5}$		
			0,000 000 1
		$\frac{1}{1\,000\,000}$	

EXERCICE 29

Complète les égalités suivantes

a. $3^{10} \times 3^{\cdots} = 3^5$

b. $7^{\cdots} \times 7^8 = 7^{11}$

c. $(5^{-2})^{\cdots} = 5^8$

d. $\frac{5^{\cdots}}{5^{28}} = 5^{-13}$

e. $6^{-8} \times 6^{\cdots} \times 6 = 6^{10}$

f. $(3^7)^{\cdots} = 3^{-21}$

g. $((-2)^{\cdots})^3 = (-2)^{12}$

h. $\frac{7^{\cdots}}{14^{\cdots}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

EXERCICE 30 :

Au cours d'une élection, un candidat A et une candidate B se présentaient. 6 500 votants se sont exprimés. Le candidat A a obtenu 45% des voix exprimées.

Travail à faire :

1. Combien de voix a obtenu le candidat A ?
2. Calculer, le nombre de voix obtenues par la candidate B.

EXERCICE 31 :

Dans une classe de 25 élèves, 80 % des élèves possèdent un téléphone portable. Dans cette classe, combien d'élèves ont-ils un téléphone portable ?

EXERCICE 32 :

Au basket, Anne a effectué 20 lancers francs et elle en a réussi 85%.

Travail à faire :

1. Combien de lancers a-t-elle réussis ?
2. Combien de lancers a-t-elle manqués ?
3. Quel pourcentage du nombre de lancers représentent les lancers manqués ?

EXERCICE 33:

Dans une entreprise, les salaires ont augmenté de 1,5% en juillet.

1) M Dupont avait un salaire de 1650€. Quel est son salaire après cette augmentation ?

2) Le salaire de juillet de M Legrand s'élève à 1542€. Calculer le salaire de juin.

EXERCICE 34:

Une montre coûtait 175€ en N. Son prix est augmenté de 3% en N+1, puis de 4% en N+2.

1) Calculer le prix de cette montre en N+1, puis en N+2.

2) Calculer le pourcentage d'augmentation sur les deux années.

EXERCICE 35:

Un commerçant diminue ses prix de 8%.

1) Un lecteur DVD coûte, avant réduction, 329€. Combien coûtera-t-il après ?

2) Un écran LCD coûte, après réduction, 540€. Combien coûtait-t-il avant ?

EXERCICE 36:

Le prix d'un lecteur CD est 180€. Il est soldé au prix de 135€.

1) Quel est le pourcentage de réduction accordée par rapport au prix initial ?

2) Un client désire acheter cet appareil. Il possède une carte de fidélité du magasin qui lui permet de bénéficier d'une remise de 5% en caisse. Combien paiera-t-il ce lecteur ?

EXERCICE 37:

Un capital est placé à 3,5% pendant 1 an a rapporté 273€ d'intérêts.

Calculer le montant de ce capital.

EXERCICE 38:

Pendant un vide grenier, Zoé a réussi à vendre 54 de ses 72 BD.

Quel pourcentage de ses BD a-t-elle vendues ?

EXERCICE 39:

Un magasin spécialisé augmente les prix de tous ses articles de 4%. Un objet coûte x €. Après avoir subi cette augmentation il coûte y €.

1) Exprimer y en fonction de x.

2) En utilisant la relation précédente, répondre aux questions suivantes :

a) Un article coûte 75€ avant augmentation. Calculer son nouveau prix.

b) Un autre article a été vendu 190€. Retrouver le prix avant l'augmentation.